F.6 Mathematics 2024 Mock Exam Paper I & II

Kit Lee & his partners

評卷參考

本文件供閱卷員參考而設，並不應被視為標準答案。考生以及沒有參與評卷工作的教師在詮釋文件內容時應小心謹慎。

一般閱卷原則

1. 評卷時，閱卷員須跟評卷參考的評分標準給分，這是十分重要的。很多時考生會運用評卷參考以外的方法而得到正確答案，一般來說，只要運用合理的方法取得正確答案，該考生應可獲得該部分的**所有分數**(除題目特別指明特定方法外)。閱卷員應有耐性地評閱評卷參考以外的解題方法。

2. 在評卷參考中，分數會分為下列三類:

「M」分	使用正確方法的得分;
「A」分	正確答案的得分;
沒有「M」或「A」的分	正確地完成證題或推演得題目所給的答案的得分。

某些題目由數部分組成，而較後部分的答案卻需依賴較前部分所得的結果。在這情況下，若考生因為前部分錯誤的結果而導致後部分的答案錯誤，但卻能運用正確的方法去解題，則方法正確的步驟可給「M」分，而相應的答案將沒有「A」分(除特別指明外)。

3. 為方便閱卷員評卷，評卷參考已盡量詳盡。當然，考生的答案多不會如評卷參考般清楚列寫出來，諸如欠缺某幾個步驟或將步驟隱含於字裏行間。如遇到類似情況，閱卷員應運用他們的專業知識去判斷是否給分。一般來說，如考生的答案顯示他已運用相關的概念或技巧，則該部分應予給分。

4. 評卷時遇有不清楚的地方,應以考生的利益為依歸。

5. 評卷參考中，塗上陰影的部分代表可省略的步驟，$\boxed{\text{有外框的部分}}$代表運用不同方法的答案。所有分數答案必須化簡。

試卷一

解	分	備註
1. $\dfrac{(x^2y^{-3})^9}{(x^3y)^{-4}}$		
$=\dfrac{x^{18}y^{-27}}{x^{-12}y^{-4}}$	1M	給 $(a^h)^k=a^{hk}$ 或 $(ab)^l=a^lb^l$
$=x^{18-(-12)}y^{-27-(-4)}$	1M	給 $\dfrac{c^p}{c^q}=c^{p-q}$ 或 $d^{-r}=\dfrac{1}{d^r}$
$=x^{30}y^{-23}$		
$=\dfrac{x^{30}}{y^{23}}$	1A	
	--------(3)	
2. $\dfrac{p(1+q)}{5}=\dfrac{qr}{2}+1$		
$10\times\dfrac{p(1+q)}{5}=10\times(\dfrac{qr}{2}+1)$		
$2p(1+q)=5qr+10$		
$2p+2pq=5qr+10$	1M	
$2pq-5qr=10-2p$	1M	給將 q 放在一邊
$q(2p-5r)=10-2p$		
$q=\dfrac{10-2p}{2p-5r}$	1A	或等價
	--------(3)	
3. (a) $2x^2+3xy-35y^2$		
$=(2x-7y)(x+5y)$	1A	或等價
(b) $4x-14y-2x^2-3xy+35y^2$		
$=4x-14y-(2x^2+3xy-35y^2)$		
$=2(2x-7y)-(2x-7y)(x+5y)$	1M	給利用 (a) 的結果
$=(2x-7y)[2-(x+5y)]$		
$=(2x-7y)(2-x-5y)$	1A	或等價
	--------(4)	

解	分	備註
4. (a) $\dfrac{4(x-1)}{5}+10>7(x-4)$		
$4(x-1)+50>35(x-4)$		
$4x-4+50>35x-140$		
$4x-35x>-140+4-50$	1M	給將 x 放在一邊
$-31x>-186$		
$x<6$	1A	
$x+3\geq 0$		
$x\geq -3$		
因此，可得 $-3\leq x<6$。	1A	
(b) 5	1A	
	--------(4)	
5. 設 x 及 y 分別為盒子內的糖果數量及班上的學生人數。		
$\begin{cases} x-30=4y \\ x=6(y-4) \end{cases}$	1A + 1A	
故此，可得 $6(y-4)-30=4y$	1M	給得一元線性方程
求解後，可得 $y=27$ 及 $x=138$		
因此，盒子內的糖果數量為 138。	1A	
	--------(4)	

解	分	備註
6. 設 \$$x$ 為該機械人的標價。		
該機械人的成本		
$= \$(x-100)$	1M	
該機械人的售價		
$= (70\%)x$	1M	
$= \$0.7x$		
$0.7x = (x-100)(1-20\%)$	1M	
$0.7x = 0.8x - 80$		
$x = 800$	1A	
因此，該機械人的標價為 \$800。		
設 \$$c$ 為該機械人的成本。		
該機械人的標價		
$= \$(c+100)$	1M	
該機械人的售價		
$= (c+100)(70\%)$		
$= \$(0.7c+70)$	1M	
$0.7c + 70 = (1-20\%)c$		
$0.7c + 70 = 0.8c$	1M	
$c = 700$		
因此，該機械人的標價為 \$800。	1A	
	--------(4)	

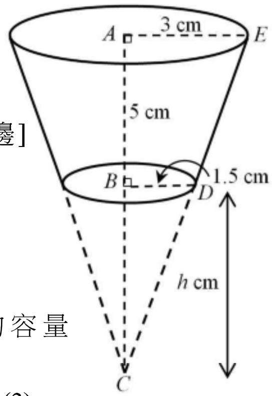
解	分	備註
7. (a) P 的坐標是 $(-3, -4)$。 Q 的坐標是 $(3, 4)$。	1A	給全部正確
(b) $P'(-4, 3)$	1M	
OP' 的斜率 $= \frac{3-0}{-4-0} = -\frac{3}{4}$	1M	任何一項
$Q'(3, -4)$ OQ' 的斜率 $= \frac{-4-0}{3-0} = -\frac{4}{3}$		
留意 OP' 的斜率 $\neq OQ'$ 的斜率 因此，O、P'、Q' 不是共線。	1A	必須顯示理由
	--------(4)	
8. (a) 考慮 ΔABE 及 ΔFCE。 $AE = FE$ [等邊三角形性質] $BE = CE$ [等邊三角形性質] $\angle BEA = \angle BEC - \angle AEC$ $= 60^\circ - \angle AEC$ $= \angle AEF - \angle AEC$ $= \angle CEF$ $\Delta ABE \cong \Delta FCE$ (SAS)		
評分標準:		
情況 1 任何附有正確理由的正確證明。	2	給 $\Delta ABE \cong \Delta FCE$ 或 $\Delta FDA \cong \Delta FCE$
情況 2 任何未附有理由的正確證明。	1	
相似地，$\Delta FDA \cong \Delta FCE$ (SAS) 因為，$\Delta ABE \cong \Delta FDA$。		
$AB = FD$ [全等三角形對應邊] $= DC$ [等邊三角形性質]	1A	
	--------(3)	

解	分	備註
8. (b) 考慮ΔFCE。		
$\angle ECF+\angle CEF+\angle CFE=180^\circ$		
$140^\circ+\angle CEF+\angle CFE=180^\circ$		
$\angle CEF+\angle CFE=40^\circ$	1M	
留意，$\angle DAF=\angle CEF$ 及 $\angle BAE=\angle CFE$		
$\angle BAD=\angle DAF+\angle BAE+\angle EAF$		
$=\angle CEF+\angle CFE+60^\circ$		
$=40^\circ+60^\circ$		
$=100^\circ$	1A	
	--------(2)	
9. (a) 四分位數間距的最小可能值 $=0$	1A	
四分位數間距的最大可能值 $=3$	1A	
(b) $h+5+8>k$	1M	
$2k+13>k$		
$k>-13$		
$h+5<8+k$		
$2k+5<8+k$	1M	
$k<3$		
因此，$0<k<3$		
有 2 個 k 的可能值。	1A	
	--------(5)	

解	分	備註
10. (a) 設 $f(x)=ax^2+b$，其中 a 及 b 均為非零的常數。	1M	
故此，可得 $196a+b=79$ 及 $441a+b=154$。	1M	給任何一項代換
求解後，可得 $a=\frac{15}{49}$ 及 $b=19$。		
由此，可得 $f(x)=\frac{15}{49}x^2+19$。		
因此，可得 $f(7)=34$。	1A	
	--------(3)	
(b) 藉(a)，可得 $p=19$ 及 $q=34$。	1M	給任何一項
故此，可得 $PR=15$ 及 $QR=7$。		
留意 $\angle PRQ=90^\circ$。		
ΔPQR 的面積		
$=\frac{15\times 7}{2}$	1M	
$=52.5$ 平方單位	1A	
	--------(3)	
11. (a) $99-(50+a)=46$		
$a=3$	1A	
$\frac{1512+b}{20}=76$		
$b=8$	1A	
	--------(2)	
(b) 所求的概率 $=\frac{10}{20}$	1M	給分母
$=\frac{1}{2}$	1A	
	--------(2)	
(c) 所求的概率 $=\dfrac{\frac{3}{20}\times\frac{2}{19}}{\frac{10}{20}\times\frac{9}{19}}$	1M	給分母
$=\frac{1}{15}$	1A	
	--------(2)	

解	分	備註
12. (a) 設 $f(x) = (x-2)^2 q(x) + x - 8 - k$，其中 $q(x)$為二項式。	1M	任何一項
$f(2) = (2-2)^2 q(2) + (2) - 8 - k = -6 - k$		
設 $f(x) = (x-2)(2x+1)p(x) - \frac{3}{2}kx + 6$，其中 $p(x)$為二項式。		
$f(2) = (2-2)[2(2)+1]p(2) - \frac{3}{2}k(2) + 6 = 6 - 3k$		
因此，可得		
$-6 - k = 6 - 3k$	1M	
$k = 6$	1A	
	--------(3)	
(b) $f(x) = (x-2)(2x+1)p(x) - 9x + 6$ (by (a))		
$f(-\frac{1}{2}) = [(-\frac{1}{2}) - 2][2(-\frac{1}{2}) + 1]p(-\frac{1}{2}) - 9(-\frac{1}{2}) + 6$		
$f(-\frac{1}{2}) = \frac{21}{2}$		
設 $f(x) = (x-2)^2(2x+a) + x - 14$，其中 a 為常數。		
$f(-\frac{1}{2}) = [(-\frac{1}{2}) - 2]^2[2(-\frac{1}{2}) + a] + (-\frac{1}{2}) - 14 = \frac{21}{2}$		
$a = 5$	1A	
因此，$f(x) = (x-2)^2(2x+5) + x - 14$		
$(x-2)^2(2x+5) + x - 14 = -6x$		
$(x-2)^2(2x+5) + 7x - 14 = 0$		
$(x-2)^2(2x+5) + 7(x-2) = 0$		
$(x-2)[(x-2)(2x+5) + 7] = 0$		
$(x-2)(2x^2 + x - 3) = 0$	1M	
$(x-2)(x-1)(2x+3) = 0$		
$x = 2$，$x = 1$ 或 $x = -\frac{3}{2}$	1M	
留意 $x = 2$，$x = 1$ 及 $x = -\frac{3}{2}$ 為 $f(x) = -6x$ 有理根。		
因此，該宣稱正確。		
	1A	必須顯示理由
	--------(4)	

解	分	備註
13. (a) 考慮該平截頭體，		
留意 $\Delta ACE \sim \Delta BCD$ (AAA)		
所以 $\dfrac{h}{h+5}=\dfrac{1.5}{3}$ [相似三角形對應邊]		
$h=5$	1M	
所求的容量		
= 平截頭體的容量 + 圓柱體的容量		
$=[\frac{1}{3}\pi(3)^2(5+5)-\frac{1}{3}\pi(1.5)^2(5)]+\pi(1.5)^2(3)$	1M	
$=33\pi\text{ cm}^3$	1A	
	--------(3)	
(b) 雪糕的體積		
$=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi(2.4)^3$	1M	
$=9.216\pi\text{ cm}^3$	1M	
奶昔的體積		
$=9.216\pi+15$		
$= 43.9529179\text{ cm}^3$	1M	
$<33\pi\text{ cm}^3$		
因此，「奶昔」不會從雪糕筒中溢出。	1A	必須顯示理由
	--------(4)	



解	分	備註
14. (a) (i) Γ 是 AB 的垂直平分線。	1A	
(ii) 設 (x, y) 為 P 的坐標。		
$\sqrt{(x-8)^2+(y+6)^2}=\sqrt{(x-16)^2+(y-6)^2}$	1M	
$2x+3y-24=0$	1A	或等價
因此，Γ 的方程為 $2x+3y-24=0$。		
	--------(3)	
(b) (i) AB 的中點坐標為 $(12, 0)$。		
設 h 為 G 的 x 軸坐標。		
藉 (a)(ii)，可得 $2h+3k-24=0$。		
故此，得出 $h=\dfrac{24-3k}{2}$	1M	
C 的方程為		
$(x-h)^2+(y-k)^2=(12-h)^2+(0-k)^2$		
$x^2+y^2-2(\frac{24-3k}{2})x-2ky+24(\frac{24-3k}{2})-144=0$	1M	
$x^2+y^2-(24-3k)x-2ky+144-36k=0$	1	
(ii) 由於 C 通過 $D(7, 5)$，可得		
$(7)^2+(5)^2-(24-3k)(7)-2k(5)+144-36k=0$		
$k=2$		
因此，G 的軸坐標為 $(9, 2)$。	1A	
通過 B 及 G 的最小圓的半徑		
$=\frac{1}{2}\sqrt{(16-9)^2+(6-2)^2}$		
$=\dfrac{\sqrt{65}}{2}$		
所求的面積		
$=\pi(\frac{\sqrt{65}}{2})^2$	1M	
$=\dfrac{65}{4}\pi$	1A	
	--------(6)	

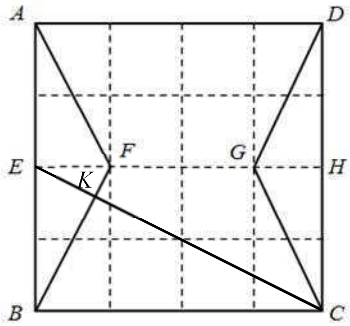
解	分	備註
15. (a) 所求的數目		
$= P_{13}^{13}$		
$= 6227020800$	1A	
	--------(1)	
(b) 所求的概率		
$= \dfrac{9!C_4^{10}4!}{6227020800}$	1M+1M	1M給分母 + 1M給 9!4!
$= \dfrac{1828915200}{6227020800}$		
$= \dfrac{42}{143}$	1A	接受答案至 0.294
	--------(3)	

解	分	備註
注意第 16 題的問題是: 假定 a、27、b 為一等比數列，其中 $b < 1 < a$。 *評卷員會根據考生作答情況給予適當分數。		
16. (a) $\dfrac{b}{27}=\dfrac{27}{a}$		
$ab=729$		
$\log_3 ab=\log_3 729$		
$\log_3 a+\log_3 b=6$	1M	
$\log_3 b=6-\log_3 a$	1A	
	--------(2)	
(b) $\log_{27} ab-\log_a 27b=\log_a 27b-\log_b 27a$	1M	
$\log_{27} ab=2\log_a 27b-\log_b 27a$		
$\dfrac{\log_3 ab}{\log_3 27}=\dfrac{2\log_3 27b}{\log_3 a}-\dfrac{\log_3 27a}{\log_3 b}$		
$\dfrac{\log_3 a+\log_3 b}{3}=\dfrac{6+2\log_3 b}{\log_3 a}-\dfrac{3+\log_3 a}{\log_3 b}$	1M	給利用(a) 的結果
設 $u=\log_3 a$.		
$\dfrac{u+6-u}{3}=\dfrac{6+2(6-u)}{u}-\dfrac{3+u}{6-u}$ (藉(a))	1M	
$u^2-15u+36=0$		
$u=12$ 或 $u=3$ (捨去)		
$\log_3 a=12$		
該等差數列的公差		
$=\log_a 27b-\log_b 27a$		
$=\dfrac{\log_3 27b}{\log_3 a}-\dfrac{\log_3 27a}{\log_3 b}$		
$=\dfrac{3+6-\log_3 a}{\log_3 a}-\dfrac{3+\log_3 a}{6-\log_3 a}$		
$=\dfrac{3+6-12}{12}-\dfrac{3+12}{6-12}$		
$=\dfrac{9}{4}$	1A	
	--------(4)	

解	分	備註
17. (a) $f(x)$		
$= -x^2 + 4kx - 13k^2 - 26$		
$= -[x^2 - 2(2kx) + (2k)^2 - (2k)^2] - 13k^2 - 26$	1M	
$= -(x - 2k)^2 - 9k^2 - 26$		
因此，圖像 $y = f(x)$ 的頂點坐標為 $(2k, -9k^2 - 26)$。	1A	
	--------(2)	
(b) $g(x)$		
$= kf(x) + \dfrac{4-9k^2}{k}$	1M	
$= k[-(x-2k)^2 - 9k^2 - 26] + \dfrac{4-9k^2}{k}$		
$= -k(x-2k)^2 + \dfrac{4-35k^2-9k^4}{k}$		
因此，圖像 $y = g(x)$ 的頂點坐標為 $(2k, \dfrac{4-35k^2-9k^4}{k})$。		
留意對於所有實數 x，$g(x)$ 均為負數。		
因此，圖像 $y = g(x)$ 的頂點的 y-軸坐標均為負數。		
$\dfrac{4-35k^2-9k^4}{k} < 0$	1M	
$9k^4 + 35k^2 - 4 > 0$		
$(9k^2 - 1)(k^2 + 4) > 0$	1M	
$k^2 > \dfrac{1}{9}$ 或 $k^2 < -4$ (捨去)	1M	任何一項
$k > \dfrac{1}{3}$ 或 $k < -\dfrac{1}{3}$ (捨去)		
因此，k 值的範圍是 $\dfrac{1}{3} < k < \dfrac{2}{3}$。	1A	
	--------(5)	

解	分	備註
18. (a) $L: y=\dfrac{485-8x}{15}$		
代 $y=\dfrac{485-8x}{15}$ 入 $x^2+y^2-4x-24y+k=0$，得出		
$x^2+(\dfrac{485-8x}{15})^2-4x-24(\dfrac{485-8x}{15})+k=0$	1M	
故此，得出 $289x^2-5780x+60625+225k=0$ ……(*)		
留意 L 為圓 C 的切線。		
因此，$(-5780)^2-4(289)(60625+225k)=0$	1M	
$k=-141$	1A	
代 $k=-141$ 入(*)，得出		
$289x^2-5780x+28900=0$		
$x^2-20x+100=0$		
$(x-10)^2=0$		
$x=10$		
代 $x=10$ 入 $y=\dfrac{485-8x}{15}$，得出 $y=27$。		
因此，P 的坐標為(10, 27)。	1A	
	--------(4)	
(b) (i) $q=\dfrac{485-8(25)}{15}=19$		
因此，Q 的坐標為(25, 19)。		
外接圓的圓心 = QG 的中點		
$=(\dfrac{27}{2},\ \dfrac{31}{2})$	1M	
外接圓的半徑 $=\sqrt{(\dfrac{27}{2}-2)^2+(\dfrac{31}{2}-12)^2}$		
$=\sqrt{\dfrac{289}{2}}$	1M	
所求的方程		
$(x-\dfrac{27}{2})^2+(y-\dfrac{31}{2})^2=\dfrac{289}{2}$ (或 $(2x-27)^2+(2y-31)^2=578$)	1A	

解	分	備註
18. (b) (ii) 外接圓的半徑 $=\sqrt{\frac{289}{2}}$ (藉 (b)(i))		
C 的半徑 $=\sqrt{2^2+12^2-(-141)}=17$	1M	
所求的比例		
$=(\sqrt{\frac{289}{2}})^2:17^2$	1A	
$=1:2$		
因此，該宣稱正確。		
	--------(5)	
19. (a) (i) $EH=FG=20$ cm		
在 AB 上加一中點 M。		
$BM^2+EM^2=BE^2$		
$BM=\sqrt{20^2-10^2}=10\sqrt{3}$ cm	1M	
$AB=20\sqrt{3}$		
$AB\approx 34.64101615$		
$AB\approx 34.6$ cm	1A	接受答案至 34.6 cm
(ii) 在 ΔAEB，藉餘弦公式，得出		
$\cos\angle AEB=\dfrac{20^2+20^2-(20\sqrt{3})^2}{2(20)(20)}$	1M	
$\angle AEB=120°$	1A	
因此，所求的角度為 120°。		
(iii) 在 ΔBCE， $\angle ABC=90°$ 及 $\angle ABE=30°$		
因此， $\angle EBC=90°-30°=60°$		
藉餘弦公式，得出		
$CE^2=20^2+40^2-2(20)(40)\cos 60°$	1M	
$CE\approx 34.64101615$ cm		
$CE\approx 34.6$ cm	1A	接受答案至 34.6 cm
	--------(6)	

解	分	備註
19. (b) 圖 3(a) 中，連接 CE 及標記 CE 與 BF 的交點為 K。		
		
留意 $\Delta EFK \sim \Delta CBK$ (AAA) 及		
$\Delta BFE \sim \Delta CEB$ [兩邊成比例且夾角相等]		
因此，得出 $\Delta EFK \sim \Delta CBK \sim \Delta BFE$ (AAA)		
$\angle EKF = \angle CKB = \angle BEF = 90°$ 及 $EK : CK = EF : CB = 1:4$	1M	
在 ΔCEB， $CE^2 = 40^2 + 20^2$		
$CE = 20\sqrt{5} \approx 44.72135955$ cm	1M	
因此，得出		
$EK = 4\sqrt{5} \approx 8.94427191$ cm 及 $CK = 16\sqrt{5} \approx 35.77708764$ cm		
圖 (b) 中，考慮 ΔCEK，		
$\cos\angle CKE = \dfrac{(4\sqrt{5})^2 + (16\sqrt{5})^2 - (20\sqrt{3})^2}{2(4\sqrt{5})(16\sqrt{5})}$		
$\angle CKE \approx 75.5° > 75°$	1A	必須顯示理由
故此，平面 BEF 及 $BCGF$ 的交角大於 75°。		
因此，該宣稱正確。	--------(3)	

試卷二

題號	答案	題號	答案
1.	B	26.	A
2.	B	27.	C
3.	B	28.	B
4.	A	29.	D
5.	D	30.	A
6.	C	31.	D
7.	C	32.	C
8.	D	33.	A
9.	C	34.	A
10.	D	35.	A
11.	A	36.	B
12.	B	37.	A
13.	A	38.	D
14.	D	39.	C
15.	C	40.	C
16.	D	41.	A
17.	B	42.	C
18.	B	43.	C
19.	A	44.	D
20.	D	45.	B
21.	A		
22.	D		
23.	C		
24.	B		
25.	B		

1. B

$$\frac{p}{2-p}=\frac{q}{4+q}$$

$$p(4+q)=q(2-p)$$

$$4p+pq=2q-pq$$

$$4p+2pq=2q$$

$$2p+pq=q$$

$$p(2+q)=q$$

$$p=\frac{q}{2+q}$$

2. B

$$\begin{aligned}\frac{4}{3x+2}+\frac{3}{2-3x}&=\frac{4}{3x+2}-\frac{3}{3x-2}\\&=\frac{4(3x-2)-3(3x+2)}{(3x+2)(3x-2)}\\&=\frac{12x-8-9x-6}{9x^2-4}\\&=\frac{3x-14}{9x^2-4}\end{aligned}$$

3. B

$$\begin{aligned}\frac{7^y\cdot(7^y)^y}{7^{y+2}}&=\frac{7^y\cdot 7^{y^2}}{7^{y+2}}\\&=7^{y+y^2-(y+2)}\\&=7^{y^2-2}\end{aligned}$$

4. A

$$\begin{aligned}a^2-9b^2-8a+16&=a^2-8a+16-9b^2\\&=(a-4)^2-9b^2\\&=[(a-4)-3b][(a-4)+3b]\\&=(a-4-3b)(a-4+3b)\\&=(a-3b-4)(a+3b-4)\end{aligned}$$

5. D

$(ax-2)(2x+3)+3 \equiv bx^2+(a+2)x-3$

$2ax^2+3ax-4x-6+3 \equiv bx^2+(a+2)x-3$

$2ax^2+(3a-4)x-3 \equiv bx^2+(a+2)x-3$

比較 x 的係數，得出

$3a-4=a+2$

$2a=6$

$a=3$

比較 x^2 的係數，得出

$b=2(3)=6$

6. C

$2(15-x) \le 2x+6$

$30-2x \le 2x+6$

$-4x \le -24$

$x \ge 6$

及 $2x \le x+6$

$x \le 6$

因此，$x=6$

7. C

8. D

$\mathrm{f}(x)=2x^2+1$

$\mathrm{f}(x-1)=2(x-1)^2+1$

$=2(x^2-2x+1)+1$

$=2x^2-4x+2+1$

$=2x^2-4x+3$

9. C

設 $f(x) = x^2 + px + q$

$f(-2) = (-2)^2 + p(-2) + q$

$-1 = 4 - 2p + q$

$2p - q = 5$

$4p - 2q = 10$

$4p - 2q + 5 = 15$

10. D

由圖得知，

$a < 0$，$b < 0$，$c < 0$

對於 I，$ac > 0$ ✓

對於 II，$\frac{b}{c} > 0$ ✓

對於 III，$b + c < 0$ ✓

11. A

成本 $= \frac{\$8000}{1 + 60\%} = \$5000$

盈利 $= \$8000(1 - 20\%) - \$5000 = \$1400$

12. B

設 A m^2 為這公園的實際面積。

$$(\frac{1}{5000})^2 = \frac{8 \div 100^2}{A}$$
$$A = 20000$$

因此，這公園的實際面積為 20000 m^2。

13. A

由於，$\dfrac{bc}{a}$為非零常數，

設 $\dfrac{bc}{a}=k$ 其中為非零常數。

$$bc = ak$$

$$a = \frac{bc}{k}$$

$$a \propto bc$$

因此，a 正變於 b 和 c。

14. D

第 1 個圖案 : 2 粒點子

第 2 個圖案 : $(2+2^3)$ dots = 10 粒點子

第 3 個圖案 : $(2+2^3+2^4)$ dots = 26 粒點子

第 4 個圖案 : $(2+2^3+2^4+2^5)$ dots = 58 粒點子

...

第 8 個圖案 : $(2+2^3+2^4+2^5+2^6+2^7+2^8+2^9)$ dots = 1018 粒點子

15. C

設 h cm 為上升的水位。

$$14\times16\times6+\pi(1)^2\times(h+6)=14\times16\times(h+6)$$

$$1344+\pi\times(h+6)=224(h+6)$$

$$1344=(224-\pi)(h+6)$$

$$h=\frac{1344}{224-\pi}-6$$

$$h\approx0.0853$$

因此，上升的水位為 0.0853 cm。

16. D

$\angle AOB = 90^{\circ}$ [半圓上的圓周角]

$OA = OB = 4$ cm

$AB = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ cm

因此，較小圓形的半徑為 $2\sqrt{2}$ cm。

陰影部分的面積 $= \{\pi(4)^2 + \pi(2\sqrt{2})^2 - 2 \times [\frac{\pi(2\sqrt{2})^2}{2} + \frac{\pi(4)^2}{4} - \frac{4 \times 4}{2}]\}$ cm^2

$= [16\pi + 8\pi - 2 \times (4\pi + 4\pi - 8)]$ cm^2

$= (24\pi - 16\pi + 16)$ cm^2

$= (8\pi + 16)$ cm^2

17. B

$AX : XB = 5 : 2 = 10 : 4$

由於 ΔXBZ 的面積為 4 cm^2，故此 ΔXAZ 的面積為 10 cm^2。

由於 $BY = YC$

故此，ΔZYB 的面積 $=$ ΔZYC 的面積

及 ΔAYB 的面積 $=$ ΔAYC 的面積

因此，ΔAZC 的面積 $=$ ΔAYC 的面積 $-$ ΔZYC 的面積

$=$ ΔAYB 的面積 $-$ ΔZYB 的面積

$=$ ΔABZ 的面積

$= 14$ cm^2

18. B

延長 AB 至 CD 相交於 F。

$\angle CFB = \angle CDE = x + 6^{\circ}$ [同位角，AB // ED]

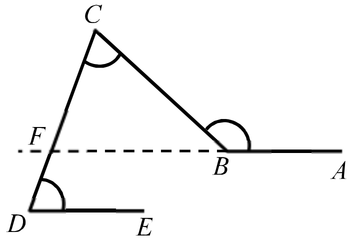
$\angle CFB + \angle BCD = \angle ABC$ [Δ外角]

$x + 6^{\circ} + x + 10^{\circ} = 4x - 98^{\circ}$

$2x + 16^{\circ} = 4x - 98^{\circ}$

$2x = 114^{\circ}$

$x = 57^{\circ}$



19. A

旋轉對稱折式數目為 24。 I. ✓

每一內角 $=\dfrac{(24-2)\times 180^\circ}{24}=165^\circ$ II. ✓

每一外角 $=\dfrac{360^\circ}{24}=15^\circ$

$\dfrac{165^\circ}{15^\circ}=11$ 倍 III. ✗

20. D

$EC = DC = BC = CF$

$\angle ECD = \angle BCF = 60^\circ$ [全等Δ性質]

$\angle BCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\angle CEF = \angle CFE$ [等腰Δ底角]

$\angle CEF + \angle CFE + 90^\circ = 180^\circ$ [Δ內角和]

$\angle CEF = 45^\circ$

$\angle CEB = \angle CBE$ [等腰Δ底角]

$\angle CEB + \angle CBE + 30^\circ = 180^\circ$ [Δ內角和]

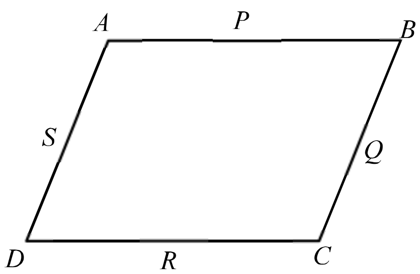
$\angle CEB = 75^\circ$

因此，$\angle BEF = \angle CEB - \angle CEF = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

21. A

$AB = DC,\ AP = PB,\ DR = RC$

$AP = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{2}DC = CR \Rightarrow AP = CR$ I. ✓



相似地，$AS = CQ$

$\angle SAP = \angle QCR$

$\Delta SAP \cong \Delta QCR$ (SAS)

因此，$SP = RQ$

相似地，$RS = QP$

故此，$PQRS$ 為一平行四邊形。

因此，$\angle QPS = \angle SRQ$。 (平行四邊形性質) II. ✓

III 是正確只有當為一正方形或長方形。 III. ✗

22. D

$\angle OAC = \angle OCA$ [等腰Δ底角]

$\angle OAC + \angle OCA + \angle AOC = 180^\circ$ [Δ內角和]

$2\angle OCA + 108^\circ = 180^\circ$

$\angle OCA = 36^\circ$

$\angle OCD = 98^\circ - 36^\circ = 62^\circ$

$\angle ODC = \angle OCD = 62^\circ$ [等腰Δ底角]

$\angle COD = 180^\circ - 62^\circ - 62^\circ = 56^\circ$ [Δ內角和]

$\angle EBC = \dfrac{56^\circ}{2} = 28^\circ$ [圓心角兩倍於圓周角]

23. C

$\cos\alpha = \dfrac{AC}{AD}$

$AC = a\cos\alpha$

$\cos\beta = \dfrac{BC}{BD}$

$BC = b\cos\beta$

$AB = AC - BC$

$\quad = a\cos\alpha - b\cos\beta$

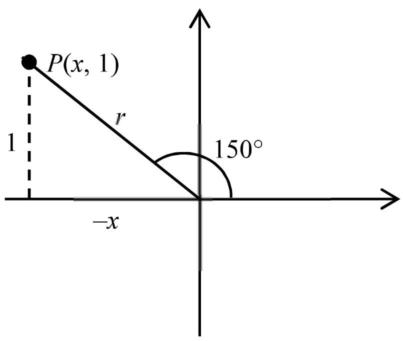
24. B

$\tan(180^\circ - 150^\circ) = \dfrac{1}{-x}$

$\tan 30^\circ = \dfrac{1}{-x}$

$\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{-x}$

$x = -\sqrt{3}$



25. B

設 $R(k, r)$。

$$\frac{4-r}{0-k}=\frac{4-0}{0+5}$$

$$\frac{4-r}{-k}=\frac{4}{5}$$

$$20-5r=-4k$$

$$5r=20+4k$$

$$r=\frac{20+4k}{5}$$

因此，R 的 y-軸坐標是 $\frac{20+4k}{5}$ 。

26. A

P 的軌跡是 $\angle ABC$ 的角平分線。

27. C

G_1: (4, 3)，C_1的半徑$=\sqrt{5}$

G_2: (–3, 4)，C_2的半徑$=\sqrt{8.5}$

G_1O的斜率 $=\frac{3-0}{4-0}=\frac{3}{4}$

G_2O的斜率 $=\frac{4-0}{=3-0}=-\frac{4}{3}$

G_1O的斜率 $\times$ G_2O的斜率 $=\frac{3}{4}\times-\frac{4}{3}=-1$

因此，G_1O 垂直於 G_2O。 I ✓

C_1的面積 $=\pi(\sqrt{5})^2=5\pi$

C_2的面積 $=\pi(\sqrt{8.5})^2=8.5\pi$ II ✗

$G_1O=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$G_2O=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$ III ✓

28. B

所求的概率

$=1-\frac{1}{8}-\frac{7}{8}\times\frac{1}{7}$

$=\frac{3}{4}$

29. D

設 a、b 及 c 為加入的三個數，其中 $a<b<c$。

留意下四分位數是 19。

$a\le 19$

留意中位數是 25。

$19\le b\le 25$

$\frac{a+b+c}{3}=29$

$a+b+c=87$

$b+c\ge 68$

$c\ge 68-b$

$43\le c\le 49$

30. A

$a=\frac{x-5+x-1+x-1+x-1+x+x+2+x+4+x+6}{8}=x+0.5$

$b=x$

$c=x-1$

$d=x+6-x+5=11$

I. $a>b$ ✓

II. $a<d$ ✗

III. $c=\frac{a+b}{2}$ ✗

31. D

$5 \times 2^8 + 17 - 48 \times 2^3$

$= 5 \times 2^8 + (2^4 + 1) - (2^4 + 2^5) \times 2^3$

$= 5 \times 2^8 + 2^4 + 1 - 2^7 - 2^8$

$= 4 \times 2^8 - 2^7 + 2^4 + 1$

$= 2^7(4 \times 2 - 1) + 2^4 + 1$

$= 2^7(7) + 2^4 + 1$

$= 2^7(2^2 + 2 + 1) + 2^4 + 1$

$= 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^4 + 1$

$= 1110010001_2$

32. C

對於 I，

$a^3b^3c, a^2b^2cd^2, a^4bc$

H.C.F. = a^2bc

L.C.M. = $a^4b^3cd^2$

I ✓

對於 II，

$a^4b^2cd, a^2b^2cd^2, a^4bc$

H.C.F. = a^2bc

L.C.M. = $a^4b^2cd^2$

II ✗

對於 III，

$a^2b^3cd^2, a^2b^2cd^2, a^4bc$

H.C.F. = a^2bc

L.C.M. = $a^4b^3cd^2$

III ✓

33. A

$(\log_9 x)^2 + \log_9 x^2 - 12 = \log_9 x$

$(\log_9 x)^2 + 2\log_9 x - \log_9 x - 12 = 0$

$(\log_9 x)^2 + \log_9 x - 12 = 0$

$(\log_9 x + 4)(\log_9 x - 3) = 0$

$\log_9 x = -4$ 或 $\log_9 x = 3$

$x = 9^{-4}$ 或 $x = 9^3$

$\log_3 m + \log_3 n$

$= \log_3 9^{-4} + \log_3 9^3$

$= -4\log_3 9 + 3\log_3 9$

$= -\log_3 3^2$

$= -2$

34. A

$f(x) = x^2 + bx + c$

$f(4 - 3i) = (4 - 3i)^2 + b(4 - 3i) + c$

$0 = 7 - 24i + 4b - 3bi + c$

$0 = (7 + 4b + c) - (24 + 3b)i$

故此，$24 + 3b = 0$，其中 $b = -8$。

$7 + 4b + c = 0$

$c = 25$

因此，$b - c = -8 - 25 = -33$

35. A

$f(x) \le 0$

$a \le x \le b$

$f(x - a + b) \le 0$

$a \le x - a + b \le b$

$a - b \le x - a \le 0$

$2a - b \le x \le a$

對於 $a \le x \le b$ 及 $2a - b \le x \le a$，得出

$x = a$

36. B

設 r 為該等比數列的公比。

$a_2 = 4$

$a_1 r = 4$ ……(1)

$a_4 = 16$

$a_1 r^3 = 16$ ……(2)

求解(1) 及(2) 後，

$a_1 = 2, r = 2$ 或 $a_1 = -2, r = -2$

對於 I

考慮 $a_1 = -2$，$r = -2$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r = -2 < 0$$

I ✗

對於 II

$$\frac{a_{n+3}}{a_{n+2}} = \frac{a_{n+1}}{a_n} = r \Rightarrow a_n a_{n+3} = a_{n+1} a_{n+2}$$

II ✓

對於 III

考慮 $a_1 = -2$，$r = -2$

$$S_{50} = \frac{(-2)[(-2)^{50} - 1]}{-2-1} = \frac{2^{51} - 2}{3}$$

$$a_{51} = (-2)(-2)^{50} = -2^{51}$$

III ✗

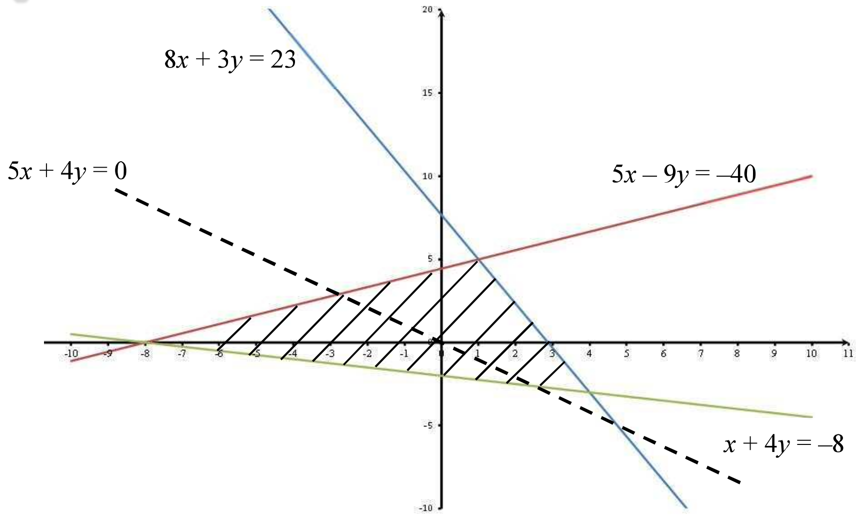
37. A

由圖得知，最大值於

點(1, 5)出現

$5(1) + 4(5) + c = 49$

$c = 24$



38. D

$\angle AEB = 90°$	[半圓上的圓周角]		
$\angle AEC = \angle ABE$	[交錯弓形的圓周角]		
$\angle BAE = 180° - \angle AEB - \angle ABE$	[Δ內角和]		
$\quad = 180° - \angle ACE - \angle AEC = \angle EAC$	[Δ內角和]		

故此，AE 是 ΔACD 的角平分線。

因此，ΔACD 的內心在 AE 上。　　I ✓

$\angle AEC = \angle ABE$	[交錯弓形的圓周角]		
$\angle BAE = \angle EAC$	[已證]		
$\Delta ACE \sim \Delta AEB$	(AA)	II	✓
$\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AE}{AB}$	[相似Δ對應邊]		
$AB \times AC = AE^2$		III	✓

39. C

設 C_2 的圓心坐標為 (h, k)。

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 8x + 6y - 9 = 0 \text{ ......(1)} \\ y = -4x - 1 \text{ ......(2)} \end{cases}$$

代 (2) 入 (1)，

$$x^2 + (-4x-1)^2 + 8x + 6(-4x-1) - 9 = 0$$

$$17x^2 - 8x - 14 = 0$$

PQ 的中點的 x 軸坐標 $= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{-(-8)}{17} = \dfrac{4}{17}$

PQ 的中點的 y 軸坐標 $= -4(\dfrac{4}{17}) - 1 = -\dfrac{33}{7}$

C_1 的圓心 $= (-4, -3)$

$$\frac{-4+h}{2} = \frac{4}{17} \Rightarrow h = \frac{76}{17}$$

$$\frac{-3+k}{2} = -\frac{33}{17} \Rightarrow k = -\frac{15}{17}$$

因此，C_2 的圓心坐標為 $(\dfrac{76}{17}, -\dfrac{15}{17})$。

40. C

設 $PA = PB = PC = PD = AB = a$

$$EC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

角錐體 $PABCD$ 的高 $= \sqrt{a^2 - (\frac{a}{2})^2 - (\frac{a}{2})^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$$PE = \sqrt{(\frac{a\sqrt{2}}{2})^2 + (a + \frac{a}{\sqrt{2}})^2} = a\sqrt{2+\sqrt{2}}$$

$$\cos\angle PEC = \frac{(a\sqrt{2+\sqrt{2}})^2 + (a\sqrt{2})^2 - a^2}{2(a\sqrt{2+\sqrt{2}})(a\sqrt{2})}$$

$$= \frac{(\sqrt{2+\sqrt{2}})^2 + (\sqrt{2})^2 - 1}{2(\sqrt{2+\sqrt{2}})(\sqrt{2})}$$

$$\angle PEC = 32.4°$$

41. A

$P(a, 0)$，$Q(-\frac{a}{4}, 0)$，$R(0, -\frac{a}{3})$

$$\frac{18-0}{0-a} \times \frac{\frac{-a}{3} - 0}{0 + \frac{a}{4}} = -1$$

$$a = -24$$

42. C

所求的數目

$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2$

$= 162$

43. C

所求的概率

$$= (1 \times \frac{1}{13} \times 1 \times \frac{1}{12} \times 1 \times \frac{1}{11}) + (1 \times \frac{1}{13} \times 1 \times \frac{1}{12} \times 1 \times \frac{10}{11} \times 3) + [1 \times \frac{1}{13} \times 1 \times \frac{11}{12} \times (\frac{1}{11} \times 1 + \frac{10}{11} \times \frac{10}{11}) \times 3]$$

$$= \frac{7}{33}$$

44. D

情況 1: $4 < x \le 6$

眾數$=4$，中位數$=x$，平均值 $=\dfrac{43+x}{7}$

對於 A.S.，

$$x-4=\frac{43+x}{7}-x$$
$$14x-28=43+x$$
$$13x=71$$
$$x=\frac{71}{13}$$

情況 2: $x > 6$

眾數$=4$，中位數$=6$，平均值 $=\dfrac{43+x}{7}$

對於 A.S.，

$$6-4=\frac{43+x}{7}-6$$
$$56=43+x$$
$$x=13$$

因此，x 的所有可能值之和 $=13+\dfrac{71}{13}=18$

45. B

設 $\bar{x}$ 為兩組數的平均值。

對於$\{\alpha_1$、α_2、α_3、α_4、$\alpha_5\}$，$\dfrac{(\alpha_1-\bar{x})^2+(\alpha_2-\bar{x})^2+(\alpha_3-\bar{x})^2+(\alpha_4-\bar{x})^2+(\alpha_5-\bar{x})^2}{5}=8.5$

$$(\alpha_1-\bar{x})^2+(\alpha_2-\bar{x})^2+(\alpha_3-\bar{x})^2+(\alpha_4-\bar{x})^2+(\alpha_5-\bar{x})^2=42.5$$

對於$\{\beta_1$、β_2、β_3、β_4、β_5、$\beta_6\}$，$\dfrac{(\beta_1-\bar{x})^2+(\beta_2-\bar{x})^2+(\beta_3-\bar{x})^2+(\beta_4-\bar{x})^2+(\beta_5-\bar{x})^2+(\beta_6-\bar{x})^2}{6}=5.2$

$$(\beta_1-\bar{x})^2+(\beta_2-\bar{x})^2+(\beta_3-\bar{x})^2+(\beta_4-\bar{x})^2+(\beta_5-\bar{x})^2+(\beta_6-\bar{x})^2=31.2$$

所求的標準差 $=\sqrt{\dfrac{42.5+31.2}{5+6}}=2.59$